МУНИЦИПАЛЬНОЕ АВТОНОМНОЕ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ

«СРЕДНЯЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ШКОЛА С УГЛУБЛЕННЫМ ИЗУЧЕНИЕМ ОТДЕЛЬНЫХ ПРЕДМЕТОВ №3»

Городской чемпионат

по математическим боям «Бои по правилам»

Составитель:

Жулдыбина Ольга Александровна,

учитель математики высшей

квалификационной категории;

Зарихина Татьяна Анатольевна,

учитель математики первой

квалификационной категории;

Шумкова Жанна Геннадьевна,

учитель математики первой

квалификационной категории

**Правила математического боя**

***Общие положения***

Математический бой – это соревнование двух команд в решении математических задач. Он состоит из двух частей. Сначала команды получают условия задач и определенное время на их решение. Команда не имеет права общаться по поводу решения задач ни с кем, кроме жюри. По истечению этого времени начинается собственно бой. Также команды не имеют права пользоваться интернетом, любыми электронными носителями и мобильными телефонами. По истечении этого времени начинается собственно бой, когда команды рассказывают друг другу решения задач. Если одна команда рассказывает решение, то другая оппонирует его, т.е. ищет в нем ошибки (недостатки), и если решения нет, то возможно приводит свое. При этом выступления оппонента и докладчика оценивается жюри в баллах (за решение и оппонирование).Если команды, обсудив предложенное решение, все-таки до конца задачу не решили или не обнаружили допущенные ошибки, то часть баллов или все баллы может забрать себе жюри. В конце боя при разнице в 0 баллов победившей считается команда, которая выиграла конкурс капитанов.

***Вызовы***

Бой состоит из нескольких раундов. В начале каждого раунда одна из команд вызывает другую команду, решения которых еще не рассказывались (например, «Мы вызываем команду соперников на задачу номер 6») После этого вызванная команда сообщает, принимает ли она вызов, т.е. согласна ли рассказать ее решение. Если да, то выставляет докладчика, который должен рассказать решение, а вызвавшая команда выставляет оппонента, обязанность которого – искать в решении ошибки. Если нет, то докладчика обязана выставить команда, которая вызывала, а отказавшаяся отвечать команда выставляет оппонента. Команда, желающая сохранить выходы к доске, может отказаться выставлять оппонента. Тогда она в этом раунде не участвует и не может изменить своего решения.

***Ход раунда***

В начале раунда докладчик рассказывает свое решение. Он обязан сформулировать ответы на все поставленные в задаче вопросы и доказать их правильность и полноту. В частности, докладчик доказать каждое сформулированное им промежуточное утверждение либо сослаться на него как на общеизвестное. Докладчик должен стремиться к ясности изложения, в частности он обязан повторить по просьбе оппонента или жюри любую часть своего доклада. Время на доклад ограничивается 10 минутами, после чего жюри решает, разрешить ли докладчику рассказывать дальше. После доклада (докладчик должен сказать «Доклад окончен») начинается обсуждение.

*Докладчик имеет право:*

* До начала выступления вынести на доску всю необходимую информацию (чертежи, вычисления и т.п.), потратив на это время, согласованное с жюри;
* Не отвечать на вопросы оппонента, заданные во время доклада;
* Просить оппонента уточнить свой вопрос (в частности, докладчик может предложить свою версию вопроса: «Правильно ли я понимаю, что Вы спросили о том-то и том-то»);
* Отказаться отвечать на вопрос, сказав, что: а) он не имеет ответа на этот вопрос; б) он уже ответил на этот вопрос (объяснив, когда и как); в) вопрос некорректен или выходит за рамки научной дискуссии по поставленной задаче. В случае несогласия оппонента с основаниями б) и в) арбитром выступает жюри.

*Докладчик не обязан:*

* Излагать способ полученного ответа, если он может доказать правильность и полноту ответа другим путем;
* Сравнивать свой метод решения с другими возможными методами, в том числе с точки зрения краткости, красоты и пригодности для решения других задач.

***Оппонирование***

Пока доклад не окончен, оппонент может задавать вопросы только с согласия докладчика, но имеет право просить повторения части решения или разрешить докладчику не доказывать какие – либо очевидные с точки зрения оппонента факты. После окончания доклада оппонент имеет право задавать вопросы докладчику. На обдумывание вопросов и ответов на них у доски дается не более 1 минуты.

*В качестве вопроса оппонент может:*

* Попросить докладчика повторить любую часть доклада;
* Попросить уточнения любого из высказываний докладчика, в том числе: а) попросить дать определение любого термина («Что Вы понимаете под …?); б) переформулировать утверждение докладчика своими словами и попросить подтверждения («Правильно ли я понимаю, что Вы утверждаете следующее…»);
* Попросить докладчика доказать сформулированное тем неочевидное не общеизвестное утверждение (в спорных случаях вопрос об известности или очевидности решает жюри; во всяком случае, известными считаются факты, изучающиеся в общеобразовательных школах);
* После ответа на вопрос выразить свою удовлетворенность или мотивированную неудовлетворенность ответом.

*Оппонент обязан:*

* Формулировать свои вопросы в вежливой, корректной форме;
* Критикуя доклад, не допускать критики докладчика;
* Повторять и уточнять свои вопросы по просьбе докладчика или жюри.

По итогам доклада и ответов на вопросы оппонент имеет право дать свою оценку докладу и обсуждению в одной из следующих форм: а) признать решение правильным; б) признать решение в основном правильным, но имеющим недостатки и/ или пробелы с обязательным их указанием; в) признать решение неправильным с указание ошибок в обоснованиях ключевых утверждений доклада или контрпримеров к ним или указанием существенных пробелов в обоснованиях или плане решения. Если оппонент согласился с решением, он и его команда в этом раунде больше не участвует.

После окончания диалога докладчика и оппонента жюри задает свои вопросы. При необходимости оно может вмешаться и раньше.

***Выступающие игроки и команда. Полуминутные перерывы.***

Команды не имеют право общаться с докладчиком и оппонентом во время их диалога у доски. Это можно делать только во время полуминутного перерыва, который капитан команды может взять в любой момент по своей инициативе или в ответ на явно сформулированную просьбу докладчика/оппонента. Перерыв берется на полминуты (при этом соперники тоже могут пользоваться этим временем). Команда, взявшая перерыв, может сразу по его окончании взять следующий. Кроме того, она может закончит его досрочно, тогда соперники тоже должны вернуть своего представителя к доске. Каждая команда может взять в течение одного боя не более 6 полуминутных перерывов.

***Перемена ролей. Некорректный вызов. Порядок вызовов.***

Если оппонент доказал, что у докладчика нет решения (вопрос о том, доказал ли он, решает жюри), то возможны два варианта. Если вызов на этот раунд был принят, то оппонент получает право (но не обязан) рассказать свое решение. При этом бывший докладчик становится оппонентом и может заработать баллы за оппонирование. Если же вызов на это раунд не был принят, то вызов был некорретным. В этом случае команда, вызвавшая некорректно, должна снова вызывать соперника в следующем раунде. Во всех остальных случаях в следующем раунде вызывает та команда, которая была вызвана в текущем раунде. (Если вызов признан корректным (вызывающей командой было представлено решение, либо оппонент не смог доказать, что у докладчика нет решения), то очередной вызов делает вызванная команда. Если вызов признан некорректным (вызывающая команда сразу же призналась, что у неё нет решения, либо оппонент сумел доказать, что у докладчика нет решения), то очередной вызов снова делает вызывавшая команда).

***Число выход к доске***

Каждому игроку позволено выходить к доске (безразлично, в качестве оппонента или докладчика) не более двух раз за бой, независимо от количества членов команды, участвующих в этом бое. При желании команда может не выставлять оппонента на раунд, сэкономив этим число выходов. Команда имеет право заменять докладчика или оппонента, при этом выход засчитывается как тому, кого заменили, так и тому, кто вышел на замену. Кроме того, при замене время, отведенное на перерывы уменьшается на 1 минуту.

***Окончание боя****.*

Бой заканчивается, когда рассмотрены все задачи либо когда одна из команд отказалась от вызова, а другая команда отказалась рассказывать решения оставшихся задач.

***Первый вызов. Конкурс капитанов.***

Кто будет делать первый вызов, определяет команда, победившая в конкурсе капитанов. Он проводится в начале боя. Капитанам предлагается задача. Капитан, первым сообщивший жюри о своем желании отвечать, получает такое право. Если он дает правильный ответ, то он победил, а если неправильный – победил его соперник. Вместо задачи жюри может предложить капитанам сыграть в игру. В этом случае победителем считается тот, кто выиграл игру.

***Начисление баллов***

Каждая задача оценивается в 12 баллов, которые по итогам раунда распределяются между докладчиком, оппонентом и жюри. Если докладчик рассказал правильное и полное решение, все 12 баллов достаются ему. Если оппонент сумел найти в решении более или менее существенные ошибки, жюри прежде всего решает вопрос о том, удалось ли оппоненту доказать, что докладчик не дал решения задачи. Если это оппоненту не удалось, то он может получить за оппонирование до 5 баллов (в зависимости от серьезности недостатков и того, насколько докладчику удалось их исправить). Остальные баллы распределяются между докладчиком и жюри, и раунд заканчивается. Если же оппонент сумел доказать, что решения у докладчика нет, он получает за оппонирование 5-6 баллов и, если вызов был принят, право рассказать свое решение (см.пункт «Перемена ролей»). При этом докладчик тоже может получить некоторое количество баллов за продвижение в решении. Доклад и оппонирование после перемены ролей оцениваются из оставшихся баллов.

Если ошибки или пробелы в докладе указаны самим докладчиком, то оппонент тем не менее получает за них баллы так, как если бы он нашел эти недостатки сам. В частности, если, получив отказ от вызова, капитан вызывающей команды сразу признается, что у его команды нет решения, команда соперников получает 6 баллов за оппонирование (которое в этом случае состоит из одной фразы: «У Вас нет решения»), а вызов признается некорректным. Докладчик и оппонент в этом случае не назначаются.

***Капитан***

Во время боя только капитан может от имени команды обращаться к жюри и соперникам: сообщать о вызове или отказе, просить перерыв и т.д. Если капитан у доски, он оставляет за себя заместителя, имеющего право обращаться к жюри.

Во время решения задач обязанность капитана – координировать действия членов команды так, чтобы имеющимися силами решить как можно больше задач. Для этого капитан с учетом пожеланий членов команды распределяет между ними задачи, следит, чтобы каждая задача кем-то решалась, организует проверку найденных решений. Капитан заранее выясняет, кто будет докладчиком или оппонентом по той или иной задаче, определяет тактику команды на предстоящем бое.

***Жюри***

Жюри является верховным толкователем правил боя. Решения жюри являются обязательными для команд. Жюри может снять вопрос оппонента, прекратить доклад или оппонирование, если они затягиваются. Жюри ведёт на доске протокол боя. Если одна из команд не согласна с принятым жюри решением по задаче, она имеет право немедленно потребовать разбора ситуации с участием старшего по лиге. После начала следующего раунда счет предыдущего раунда уже не может быть изменён.

Жюри следит за порядком. Оно может оштрафовать команду за шум, некорректное поведение, общение со своим представителем, находящимся у доски.

Жюри обязано мотивировать свои решения, не вытекающие непосредственно из правил боя.

**Командная олимпиада**

***«Бои по правилам»***

***Младшая лига***

**Задача 1.** Если в комнату войдет мама, то суммарный возраст находящихся в комнате увеличится в 4 раза, а если вместо нее войдет папа - суммарный возраст увеличится в 5 раз. Во сколько раз увеличится суммарный возраст, если в комнату войдут папа с мамой?

**Решение:** Если суммарный возраст находящихся в комнате – 1 часть, то возраст мамы – части, а папы – 4части. Значит, возраст всех вместе будет 8 частей.

**Задача 2**. 48 спичек разложены по трем кучкам. Известно, что если из первой кучки переложить во вторую столько спичек, сколько в этой второй кучке имеется, а затем из этой второй переложить в третью столько, сколько в этой третьей находится и, наконец, из третьей переложить в первую столько спичек, сколько в этой первой кучке тогда будет находиться, то число спичек во всех кучках станет одинаково. Сколько спичек было в каждой кучке первоначально?

**Решение:** Эту задачу проще решать с конца. Так как после всех перекладываний число спичек в кучках стало одинаковым, то в каждой кучке их оказалось 48:3=16 штук. Перед этим в первую кучку добавили столько спичек, сколько в ней было, т.е. 8 штук. Эти 8 спичек взяли из третьей кучки, т.е. там перед последним перекладыванием было 16+8=24 спички. Но эти 24 спички мы получаем перекладыванием из второй кучки в третью такого количества спичек, какое в третьей кучке уже было, т.е. удвоением спичек. Значит до второго перекладывания в третьей кучке было 12 спичек, а во второй 16+12=28 спичек. Рассуждая аналогично получаем, что во второй кучке 14 спичек, а в первой 8+14=22.

**Ответ:** Первоначально в первой кучке было 22 спички, во второй – 14 спичек, а в третьей – 12.

**Задача 3.** Можно ли представить число  в виде произведения нескольких положительных рациональных чисел так, чтобы сумма этих чисел была натуральным числом? (Если да, то приведите пример. Если нет, обоснуйте.)

**Решение:** Например, 

**Задача 4.** Поселок построен в виде квадрата 3 квартала на 3 квартала (кварталы — квадраты со стороной 100 метров*,* всего 9 кварталов). Какой наименьший путь должен пройти асфальтоукладчик, чтобы заасфальтировать все улицы, если он начинает и заканчивает свой путь в угловой точке А? (Стороны квадрата — тоже улицы.)

**Решение:**Имеется 8 точек на границе большого квадрата, в которых сходится по три улицы. В эти точки придется прийти дважды. Значит, нужно пройти дважды хотя бы по одной улице на каждую пару таких точек, расположенных на одной стороне квадрата. Итак,нужно пройти 28 сторон кварталов (24 стороны кварталов имеется в городе, из них 4 нужно пройти дважды). Привести пример такого обхода несложно, но необходимо.

**Ответ:** 2800 метров.

**Задача 5.** Между А и В 15 км. В 9.30 из А в В со скоростью 4 км/ч отправился пешеход. Переночевав в В, он на следующий день в 11.00 отправился из В в А со скоростью 5 км/ч. Оба раза он проходил мимо придорожного дуба в одно и то же время дня. В какое?

**Решение:** Совместим во времени пути туда и назад: пусть первый выходит в 9.30 и идет из А в В со скоростью 4 км/ч, а второй выходит из В в А в 11.00 и идет со скоростью 5 км/ч. За полтора часа первый пройдет 6 км, и затем спустя час пути путники встретятся – произойдет это в 12.00

**Задача 6.** Вася, Петя, Миша, и Толя вскладчину купили радиоуправляемый самолет, причем каждый из них заплатил целое число рублей. У ребят спросили, сколько они потратили денег. Вася сказал: «Я заплатил ровно четверть цены самолета. Петя сказал: «Я заплатил на 35 рублей больше Миши». Толя сказал: «Я заплатил на 50 рублей меньше Васи». Докажите, что кто-то из ребят ошибся в подсчетах.

**Решение:** Предположим, что никто из ребят не ошибся. Так как Вася заплатил четверть цены самолета, то цена самолета делится на 4. Значит, цена является четным числом. Так как Петя заплатил на 35 рублей больше Миши, то Петя с Мишей вместе заплатили нечетное число рублей. Так как Толя заплатил на 50 рублей меньше Васи, то Толя с Васей вместе заплатили четное число рублей. Тогда все ребята вместе заплатили нечетное число рублей, а цена самолета четная. Получили противоречие.

**Командная олимпиада**

***«Бои по правилам»***

***Старшая лига***

**Задача 1.** Найдите все пятизначные числа, у которых вторая цифра впятеро больше первой, а произведение всех пяти цифр равно 1000.

**Решение:** первая цифра может быть только 1, иначе вторая больше 9. Вторая цифра 5. произведение трех остальных цифр равно 200, 200=5∙5∙8, три оставшиеся цифры 5,5,8. Числа: 15855, 15585, 15558.

**Задача 2.** Иван- царевич и Серый волк в полдень вместе вышли из дома, и пошли на обед к царю. Пройдя полпути, Иван вспомнил, что забыл дома перчатки, и побежал за ними домой со скоростью в два раза большей, чем он шел вместе с волком. Схватив перчатки, он побежал к царю (с той же скоростью, что бежал домой). В результате волк пришел на обед вовремя, а Иван опоздал на 10 минут. На какое время был назначен обед?

**Решение:** Иван бежал со скоростью вдвое большей, чем шел с волком, поэтому, когда волк пришел к царю, он был на середине пути. Волк потратил на половину пути 20 минут вдвое больше чем бежал Иван, который опоздал на 10минут. На весь путь волк потратил 40 минут. Обед был назначен на 12часов 40 минут.

**Задача 3.** На стороне ВС треугольника АВС отмечена точка Е, на биссектрисе BD точка , F так чтоEF||AC и AF=AD. Докажите, что АВ=ВЕ.

**Решение:** так как EF||AC и треугольник AFD равнобедренный то  значит по условию . Треугольники BFE и BFA раны по стороне BF и двум прилежащим углам поэтому равны их соответственные стороны ВЕ и АВ.

**Задача 4.**Квадрат 8 распилили на квадраты 2 и прямоугольники1. При этом общая длина распилов равна 54. Сколько фигурок каждого вида получилось?

**Решение:** квадрат 8 содержит 64 квадрата1 , в каждой полученной фигуре таких квадратов по 4 всего фигур 64:4=16. найдем сумму периметров всех фигур. Граница каждого распила входит в периметр двух фигур, поэтому сумма периметров всех фигур равна периметр большого квадрата плюс удвоенная длину распилов 32+2∙54=140

Периметр квадрата2 равен 8, а прямоугольника1 равен 10. составим систему

х+у=16 где х- квадратов2, у- прямоугольников1

8х+10у=140 х=10, у=6

**Задача 5.** Вася разложил на парте 6 кучек конфет: в первой была 1 конфета; во второй 2 конфеты; в третьей 3 конфеты; в четвертой- 4;в пятой- 5; в шестой- 6. Отличница Маша достала большой кулек конфет и предложила Васе сыграть в следующую игру: за один ход к любым двум кучкам Вася может прибавлять по одной конфете. Если за несколько ходов число конфет во всех кучках станет равным Вася забирает все конфеты Маши, в противном случаи все конфеты достанутся Маше. Может ли Вася выиграть?

**Решение:** 1+2+3+4+5+6=21 число нечетное, за любой ход сумма увеличивается на 2, т.е. остается нечетной. Если все числа станут равными, то их сумма будет четной. Нет нельзя.

**Задача 6.** За книгу заплатили часть стоимости, причем то, что заплатили, на 10 рублей больше половины того, сколько осталось бы заплатить, если бы заплатили столько, сколько осталось за книгу заплатить. Сколько заплатили за книгу?

**Решение:** пусть книга стоит х рублей, а заплатили за нее в рублей, осталось заплатить х-в рублей. Уравнение: в-10=, в-10=в, в=20рублей

**Четвертьфинал математических боев**

***«Бои по правилам»***

***Младшая лига***

**Задача №1.** В контрольной работе по математике было 12 задач. Известно, что 2/3 учеников класса решили не менее 1/2 задач и 1/2 учеников класса решили не менее 2/3 задач. Сколько учеников могло быть в классе, если всего было сдано 100 правильных решений задач? (Каждый ученик решил, хотя бы одну задачу)

**Ответ:** 12 или 18

**Решение:** Число учеников в классе делится на 2 и на 3, значит, оно делится на 6. Если учеников 6, то тогда решено не белее 6\*12=72 задач. Если учеников 24 и более, то тогда решено не менее 12\*8+12\*1=108 задач. Значит в классе 12 или 18 учеников. Легко построить примеры.

**Задача №2.** В компании работает 40 девушек. Мужчины на 8 марта решили подарить каждой девушке уникальный букет цветов, состоящий из 3 роз. При этом составы любых двух букетов должны отличаться. В цветочном магазине имеются розы 5 разных видов (каждого вида – неограниченное количество штук). Получится ли составить 40 разных букетов? Розы в букете могут быть одинаковые или разные.

**Ответ:** нет.

**Решение.** Всего можно составить: разноцветных букетов (где все розы разных видов) – 5\*4\*3/6 = 10 букетов; двухцветных (две розы одного вида и одна – другого) – 5\*4 = 20 букетов и одноцветных (все розы одного вида) – 5 букетов. Итого – 35 букетов, что меньше 40.

**Задача № 3.** Гномы Сеня, Миша, Гриша, Дима и Вова соревновались в беге, в прыжках в высоту и в длину. Каждый раз на первом месте был гном в красной майке, на втором – в синей, на третьем – в зеленой (у каждого гнома только одна майка). Последнее место в беге занял гном Сеня, в прыжках в высоту – гном Вова, в прыжках в длину – гном Гриша. Могут ли у гномов Миши и Димы быть майки одного цвета?

**Ответ**: нет, не могут

**Решение:** Поскольку гномов всего 5, то либо для красного, либо для синего, либо для зеленого цвета майку такого цвета носит всего один гном. Этот гном не может быть ни Сеней, ни Вовой, ни Гришей, поскольку известно, что если удалить каждого из них, то среди оставшихся найдутся гномы в майке и синего, и красного, и зелёного цветов. Поэтому этот гном – либо Миша, либо Дима. А значит, у Миши и Димы майки разных цветов.

Заметим, что цветов маек у гномов могло быть и больше трёх, например, они могли быть такими:

|  |  |
| --- | --- |
| Сеня | Фиолетовая |
| Гриша | Красная |
| Вова | Красная |
| Дима | Зелёная |
| Миша | Синяя |

**Задача № 4.** На столе лежат 100 одинаковых с виду монет, из которых 85 фальшивых и 15 настоящих. В вашем распоряжении есть чудо-тестер, в который можно положить две монеты и получить один из трех результатов — «обе монеты настоящие», «обе монеты фальшивые» и «монеты разные». Можно ли за 64 таких теста найти все фальшивые

**Ответ.** Можно.

**Решение**. Приведём один из возможных вариантов определения фальшивых монет. Разделим монеты на 50 пар и проверим все пары, кроме одной. Мы узнаем количество фальшивых в каждой паре. Поскольку общее число фальшивых монет известно, мы узнаем также, сколько фальшивых в оставшейся паре. Нам осталось выяснить, какая монета фальшивая в каждой из пар, состоящих из разных монет. Для этого заметим, что есть пара, в которой обе монеты фальшивые, потому что фальшивых монет больше 50. Возьмем монету из такой пары и протестируем с ней по одной монете из каждой пары, где обе монеты разные. Таких пар не более 15, поскольку у нас только 15 настоящих монет. Поэтому всего мы использовали не более 49+15=64 тестов.

**Задача № 5.** Сумасшедший кассир меняет любые две монеты на любые три по вашему выбору, а любые три — на любые две. Сможете ли вы обменять у него 100 монет достоинством 1 рубль на 100 монет достоинством 1 форинт, отдав ему при обмене ровно 2017 монету?

**Решение**

Если Петя меняет две монеты на три, то количество купюр у него увеличивается на одну. Пусть он произвёл *N* таких обменов. Отдал кассиру 2*N*купюр. Чтобы сохранить общее число монет, Петя вынужден совершить столько же обменов трёх купюр на две. При этом он отдаст кассиру ещё 3*N*монет. Всего он отдаст, таким образом, 2*N* + 3*N* = 5*N* монет. Но 2017 не делится на 5.

**Ответ**

Нет, не может.

**Задача № 6.** Команда из Пети, Васи и одноместного самоката участвует в гонке. Дистанция разделена на участки одинаковой длины, их количество равно 42, в начале каждого — контрольный пункт. Петя пробегает участок за 9 мин, Вася — за 11 мин, а на самокате любой из них проезжает участок за 3 мин. Стартуют они одновременно, а на финише учитывается время того, кто пришел последним. Ребята договорились, что один проезжает первую часть пути на самокате, остаток бегом, а другой — наоборот (самокат можно оставить на любом контрольном пункте). Сколько участков Петя должен проехать на самокате, чтобы команда показала наилучшее время?

**Ответ:** 18

**Решение:** Если Петя проедет 18 участков и пробежит оставшиеся 42 – 18 = 24, он затратит 18 ∙ 3 + 24 ∙ 9 = 270 мин. При этом Васе, наоборот, достанется проехать 24 участка, а пробежать 18, на что уйдет 24 х 3 + 18 х 11 = 270 мин — то же самое время. Если же Петя проедет меньшее число участков, то его время (и, соответственно, время команды) увеличится. Если Петя проедет большее количество участков, то увеличится время Васи (и время команды). Достаточно обозначить число проезжаемых Петей участков через х и решить уравнение 3х + 9(42 – х) = 3(42 – х) + 11х.

**Четвертьфинал математических боев**

***«Бои по правилам»***

***Старшая лига***

**Задача 1.** В комнате стоят табуретки и стулья, у табуретки 3 ноги , у стула 4 ноги. Когда на всех табуретках и стульях сидят люди, то в комнате всего 39 ног. Сколько в комнате табуреток и сколько стульев?

**Решение:** у стула с сидящим на нем человеком 6 ног, всего 6х ног, х- количество стульев. У табуретки с сидящим на ней человеком 5 ног , всего 5у ног, где у- число табуреток . 5у+6х=39, 6х=39-5у, у число кратное 3. перебирая у= 0, 3,6, 9, находим у=3 , 6х=24, х=4.

4 стула, 3 табуретки.

**Задача 2.** Куб 3 составлен из 14 белых и 13 черных кубиков со стороной 1. Столбик- это три кубика, стоящие вдоль одного направления: длины, ширины или высоты. Может ли быть так, что в каждом столбике нечетное количество белых кубиков?

**Решение:** Всего 9 вертикальных столбиков, если в каждом столбике нечетное число кубиков, то и всего их нечетное число, что не возможно.

**Задача 3.** У некоторого трехзначного числа переставили две последние цифры и сложили полученное число с первоначальным, получилось четырехзначное число, начинающееся на 173. Найдите последнюю цифру первоначального числа.

**Решение:** число  и ,=173х а=8, значит 800+10в+с+800+10с+в=1730+х 130+х=11(в+с) следовательно 130+х кратно 11 из чисел от 130 до 139 132 кратно 11 х=2

Последняя цифра 2.

**Задача 4.** на сторонах АВ и ВС треугольника АВС с углом С 400 выбрали точки D и Е так, что . Докажите, что АС+ЕС>AD.

**Решение:** продолжим сторону АС за точку С отложим CF=CE., треугольник СEF равнобедренный и , AF=AC+CE,  внешний в треугольнике ВЕD, и он больше 200. В треугольнике АFD сторона АD лежит против меньшего угла, чем сторона АF , AD<AF, AD<AC+CE

**Задача 5.** В школе волшебников можно обменять кота на крысу, или 3 крысы на кота, или 1 крысу на 4 кота (но не наоборот). После нескольких обменов у Рона оказалось столько же котов и крыс, сколько было вначале. Докажите, что число обменов делится на 16.

**Решение:** Пусть кота на крысу меняли а раз, 3 крысы на кота –в раз, 1 крысы на 4 котов- с раз. Количество крыс а-3в-с=0, т.к. количество крыс не изменилось, аналогично с котами

–а+в+4с=0. складываем уравнения 3с-2в=0 в=1,5с с- четное число из первого уравнения

а=с+3в=5,5с тогда а+в+с=5,5с+1,5с+с=8с, т.к. с четное то 8с кратно 16.

**Задача 6.** Каких пятизначных чисел с суммой цифр 37 больше: четных или нечетных?

**Решение:** В записи числа нет 0, иначе сумма его цифр была бы не больше 4\*9=36.

Каждому четному числу с суммой цифр 37 сопоставим нечетное число с той же суммой цифр( это можно сделать увеличив на 1 последнюю цифру, которая не больше 8 и уменьшив предпоследнюю цифру на 1) разным четным при этом соответствуют разные нечетные. Выпишем все числа с суммой 37, и будем стирать их по парно, одно четное и соответствующее ему нечетное. Когда все четные будут стерты, то останутся нечетные, оканчивающиеся на 1( например 99991) им сопоставить четное нельзя, т.к. на 0 оканчиваться не может. Нечетных больше.

**Полуфинал математических боев**

***«Бои по правилам»***

***Младшая лига***

**Задача №1.** В контрольной работе по математике было 12 задач. Известно, что 2/3 учеников класса решили не менее 1/2 задач и 1/2 учеников класса решили не менее 2/3 задач. Сколько учеников могло быть в классе, если всего было сдано 100 правильных решений задач? (Каждый ученик решил, хотя бы одну задачу)

**Ответ:** 12 или 18

**Решение:** Число учеников в классе делится на 2 и на 3, значит, оно делится на 6. Если учеников 6, то тогда решено не белее 6\*12=72 задач. Если учеников 24 и более, то тогда решено не менее 12\*8+12\*1=108 задач. Значит в классе 12 или 18 учеников. Легко построить примеры.

**Задача № 2.** Петя вычислил среднее арифметическое некоторого множества (т.е. неупорядоченного набора) различных степеней двойки. Лена вычислила среднее арифметическое некоторого другого множества степеней двойки. Может ли Петино число быть равно Лениному?

**Решение:** Да, например, (4 + 8 + 64 + 256) : 4 = (2 + 16 + 32 + 64 + 128 + 256) : 6 = 83.

Рассмотрим набор {2k, 2k+1, 2m, 2n}. У набора {2k – 1, 2k, 2m – 1, 2n – 1, 2k, 2k+1, 2m, 2n} сумма в полтора раза больше, но число элементов больше в 2 раза. Заменив три элемента 2k, 2k, 2k+1 их суммой 2k+ 2, мы снизим число элементов до нужного. Осталось подобрать k, m, n так, чтобы все степени как в исходном, так и в полученном наборах были разными.

**Задача № 3.** Есть три кучки из 2015, 2016, 2017 камней. Петя и Вася ходят по очереди, начинает Петя. За один ход можно взять два камня, по одному из каких–нибудь двух кучек. Кто не может сделать ход – проиграл. Кто из ребят может выиграть, как бы ни играл соперник?

**Решение:** Петя. Каждым ходом он берет по камню из двух нечетных куч, оставляя Васе три кучи с четным числом камней. В ответ Вася вынужден сделать две кучи нечетными. Пользуясь такой стратегией, Петя всегда сможет сделать ход, значит, он не проиграет.

**Задача № 4.** С одной стороны дороги росли в ряд березы. Однажды весной между каждыми двумя соседними деревьями посадили еще по одному дереву. Следующей весной это проделали снова, а еще через год – в третий раз. Ни одно дерево за это время не погибло. Могло ли в итоге общее число берез стать равным 2017?

**Ответ:** могло

**Решение:** Пусть изначально было Х деревьев. Тогда после первого года их стало Х+(Х-1)=2Х-1, после второго – (2Х-1)+(2Х-2)=4Х-3, а после третьего – (4Х-3)+(4Х-4)=8Х-7. Найдем натуральное число Х, для которого 8Х-7=2017.

**Задача № 5.** Фома и Ерема делят клад из 100 золотых и 100 серебряных монет. Сначала Фома раскладывает монеты в ряд в каком хочет порядке. Затем Ерема начинает дележку. Он берет первую монету из ряда и либо забирает ее себе, либо отдает Фоме. Затем Фома берет вторую монету из ряда и тоже забирает ее себе, либо отдает Ереме. Так, чередуясь, они распределяют по порядку монеты. Как только у кого-то из них накапливается 100 монет, другой забирает все оставшиеся монеты. Какое наибольшее число золотых монет может гарантировать себе Фома?

**Ответ:** 66 монет

**Решение:** 66 монет. Фома кладет 66 золотых монет на первые 66 четных мест и заполняет первые 66 нечетных мест 34 золотыми и 32 серебряными монетами. При дележке он просто берет все монеты с четных мест. Либо он успевает взять все 66 золотых монет, либо у него раньше наберется 100 монет, но тогда серебряных у него на руках не более 32, значит золотых как минимум 68.

Покажем, что при любом раскладе Ерема может отдать Фоме не более 66 золотых монет. Пусть при своем выборе он золотые монеты берет себе, а серебряные отдает Фоме. Пока и тех, и других ему попалось не более 33, он выбирал не более 66 раз, Фома тоже. Значит, у каждого из них пока не более 99 монет (не более 33 от Еремы и не более 666 от Фомы), и дележка не закончена. Поэтому Ерема успеет либо взять себе 34 золотые монеты, либо отдать Фоме 34 серебряные. В обоих случаях у Фомы в итоге окажется не более 66 золотых монет.

**Задача № 6.** Квадратное поле разбили на прямоугольные участки, проведя 66 прямых параллельно сторонам квадрата. Назовем участок завидным, если его площадь больше площади любого соседнего с ним по стороне участка. Каково наибольшее возможное число завидных участков?

**Решение:** 18 ∙ 17 = 306. Будем использовать термины «строки» и «столбцы» для получившихся рядов участков. Если участок завидный, то соседний с ним в строке – незавидный (по условию). Значит, соседний столбец уже исходного, и все участки в назовем незавидные: они меньше соседей из исходного столбца. Итак, из двух соседних столбцов хотя бы один пустой ( в нем нет завидных участков). Поэтому если число столбцов четно, то непустых среди них не более половины, а если нечетно (2k – 1), то непустых не более k.

Общее число строк и столбцов равно 68. Пусть среди них m непустых столбцов и n непустых строк. Если число строк четно, то столбцов тоже, и тогда общее число непустых рядов не более половины, т.е. m + n ≤ 34. Если же столбцов и строк нечетное число, то m + n ≤ 35. Можно считать, что m ≤ n, тогда m = 17 – а (где а ≥ 0), n ≤ 18 + а. Число завидных участков равно

m n ≤ (17 – а) (18 + а) = 17 18 – а – а2 ≤ 17 18 = 306.

Это значение достигается, если взять 33 столбца, 35 строк и сделать все нечетные ряды широкими.

**Полуфинал математических боев**

***«Бои по правилам»***

***Старшая лига***

**Задача 1.** Царь спрятал шапку- невидимку в сейф с новейшей охранной системой. Компьютер случайным образом выбирает трехзначное число, переставляет его цифры в обратном порядке и из большего вычитает меньшее. На экране замка появляется последняя цифра разности, чтобы замок открылся надо ввести всю разность. Сможет ли хитрый министр открыть замок?

**Решение:** пусть задумано число авс, в обратном порядке сва, пусть а>с , х- последняя цифра х=с+10-а, с-а=х-10, авс-сва= 99а-99с=99(10-х) или , если а=с, то результат 0.

**Задача 2.** Вне равностороннего треугольника АВС взяли точку М, так, и . Докажите, АМ+МВ=МС.

**Решение:** на отрезке МС возьмем точку М1, ММ1=МВ, треугольник ММ1А равносторонний, треугольники АМВ и ВМ1С равны, т.к. АВ=ВС, МВ=ВМ1 и , значит АМ=М1С, МС=ММ1+М1С=МВ+МА

**Задача 3**. Из Березников в Пермь выехали одновременно Вася и Петя каждый на своем личном автомобиле. Вася всю дорогу ехал со скоростью 60км/ч, а Петя сначала ехал со скоростью 120 км/ч, а после того когда его оштрафовали за нарушение правил дорожного движения, ехал со скоростью 30км/ч. В Пермь они прибыли одновременно. Какую часть пути Петя ехал с большой скоростью?

**Решение:** обозначим весь путь за 1. Пусть х- часть пути которую проехал Вася к моменту штрафа Пети, тогда Петя за это время проехал 2х части всего пути. Васе осталось проехать 1-х часть пути за время (1-х)/60 часа, а Пете осталось проехать 1-2х часть пути за (1-2х)/30,. приехали они одновременно. Составим уравнение: (1-х)/60=(1-2х)/30 откуда х=1/3. Ответ 2/3 пути ехал Петя с большей скоростью.

**Задача 4.** какое наибольшее число прямоугольников 4см на 1 см можно поместить в квадрат со стороной 6 см, чтобы они не перекрывали друг друга?

**Решение:** раскрасим квадрат 6на 6 в шахматном порядке на квадраты 2 на 2 в черный и белый цвета черных квадратов- 5 штук( 20 клеток 1 на1)), белых- 4(16 клеток 1 на 1).при любом размещении прямоугольника 4 на 1 он займет 2 черных и 2 белых клетки. Белых клеток всего 16, значит более 8 прямоугольников быть не может. Для размещения 8 прямоугольников нужно привести пример.

**Задача 5.** Брат и сестра собирали малину в двухлитровые бидоны. Брат собирал быстрее сестры. Через некоторое время он решает помочь сестре ,и поменялся с ней бидонами. В результате ребята наполнили бидоны одновременно. Сколько литров ягод они собрали вместе до того, как поменялись бидонами?

**Решение:** пусть до обмена брат собрал х литров, а сестра у литров., после обмена брат- 2-у, сестра- 2-х. брат собирал ягоды быстрее до обмена в тоже число раз, что и после обмена. Составим уравнение: , у(2-у)=х(2-х), 2у-у2-у2=2х-х2, х2-у2=2х-2у, (х-у)(х+у-2)=0 отсюда х+у=2, вместе собрали 2 литра.

**Задача 6.** Из куба с целочисленным ребром выпиливается куб также с целочисленным ребром, а так же 386 кубиков единичного объема( направления распилов параллельны граням куба). Найдите ребро самого большого куба, который можно выпилить таким образом.

**Решение:** ребро заданного куба а, ребро выпиленного куба в. а3=в3+386.

(а-в)(а2+ав+в2)=386=2∙193, 193- простое число. Получаем два варианта решения

а-в=2 или а-в=193

а2+ав+в2=193 а2+ав+в2=2

а2+ав+в2=193

(а-в)2+3ва=193

4+3ав=193

ав=63, т.к. а>в возможны варианты: а= 9,в=7; а=21,в= 3; а=63,в=1, подходит а=9,в=7

вторая система целочисленных решений не имеет. Самый большой выпиленный куб имеет ребро 7.

**Финал математических боев**

***«Бои по правилам»***

***Младшая лига (по мотивам сказок)***

**Задача 1.** Старик Хоттабыч может совершить чудо, вырвав из волшебной бороды один волос (при этом на месте двух вырванных волос вырастает один новый). Сколько всего чудес может совершить Старик Хоттабыч, если первоначально в его бороде 2017 волос?

**Ответ**: 4033

**Решение:** При совершении двух чудес количество волос в бороде Старика Хоттабыча уменьшится на 1. Таким образом, он сможет совершить 2016 ∙ 2 = 4032 чуда, после чего останется 1 волос, который тоже можно использовать.

**Задача 2.** Можно ли Белоснежке расставить по окружности цифры 0, 1, 2, …, 9 так, чтобы сумма каждых трех из них, идущих подряд, не превышала 13?

**Решение:** Нельзя. Предположим, что указанная расстановка существует. Сложим суммы всех указанных троек. Поскольку каждая из сумм не превосходит 13, а всего сумм 10, итоговая сумма не превосходит 130. С другой стороны, каждое число входит в итоговую сумму 3 раза, следовательно, итоговая сумма равна 3 ∙ (1 + 2 + …+ 9) =135. Противоречие.

**Задача 3.** В теремке лежали 100 конфет. Пришла мышка и съела некоторое количество конфет. Но тут пришла лягушка, и мышка съела еще одну конфетку, чтобы количество оставшихся делилось поровну на двоих. Потом пришли по очереди зайчик, лисичка, волк и медведь, и каждый раз мышка съедала по одной конфете, чтобы то, что осталось, делилось поровну на всех собравшихся. Наконец пришел слон. Какое наименьшее количество конфет придется съесть мышке на этот раз, чтобы количество оставшихся делилось поровну на семерых?

**Ответ:** 5 конфет

**Решение:** Когда пришел слон, количество конфет делилось на 6 без остатка, на 5 - с остатком 4, а на 4 – с остатком 2. Заметим, что при этом оно автоматически делится на 3 и на 2. Делимость на 6 без остатка, а на 4 с остатком 2 означает делимость на 12 с остатком 6. Если еще учесть делимость на 5 с остатком 4, получится, что это число делится на 60 с остатком 54. Поскольку изначально конфет было 100, к приходу слона их было 54, и мышке придется съесть еще 5 конфет.

**Задача 4.** На некоторых клетках прямоугольной клетчатой доски лежит по одному бобу, причем на каждой горизонтали и на каждой вертикали число бобов одно и то же (больше одного). Маша и Медведь ходят по очереди, начинает Маша. За ход можно снять с доски любой боб. Если образуется пустая вертикаль, выигрывает Медведь, если горизонталь – то Маша, а если горизонталь и вертикаль одновременно, то будет ничья. Докажите, что Медведь всегда сможет выиграть.

**Решение:** Пусть Медведь все время берет боб с вертикали, откуда взяла Маша на первом ходу. Пусть во всех рядах было по k бобов. Тогда Медведь освободит вертикаль не позднее своего (k – 1)-го хода. Вне этой вертикали на любой горизонтали лежит не менее k – 1бобов. Поэтому для освобождения горизонтали Маше потребуется не менее k – 1 ходов кроме первого, т.е. всего не менее k ходов. Но Медведь выиграет раньше.

**Задача 5.** Незнайка разрезал шахматную доску по границам клеток на части одинакового периметра. Оказалось, что не все части равны. Каково наибольшее возможное число частей?

**Ответ:** 21 часть.

**Решение:**  Пример

Оценка. Если частей 22 или больше, то найдутся двух или одноклеточная часть (64 : 22 < 3), а все ей равны.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

**Задача 6.** Выступления сказочных танцоров оценивались семью гномами. Каждый из гномов выставлял оценку (целое число от 0 до 10), худшая и лучшая оценки отбрасывались, и выводилось среднее арифметическое. По окончанию соревнований главный гном подсчитал, что если бы средняя оценка выводилась по всем семи оценкам, то все участники расположились бы строго в обратном порядке. Какое наибольшее количество сказочных танцоров могло участвовать в соревновании?

**Решение:** 5. Пример,

00000010, 0000018, 0000116, 0001114, 0011112

Оценка. Допустим, что танцоров не меньше шести. Пусть А, а, SA  - соответственно лучшая оценка, худшая оценка и сумма всех неотброшенных оценок у победителя, а В, b, SB – то же у последнего танцора. Вместо средних можно расставлять танцоров по сумме всех баллов или сумме всех, кроме крайних. Из условия следует, что такие суммы у всех различны и идут в противоположном порядке. Так как суммы целые, а танцоров не менее шести, должны выполняться неравенства SA  - SB ≥ 5 и (В + b + SB) – (А + а + SA ) ≥ 5. Складывая эти неравенства, получим В + b – А - а ≥ 10. Отсюда b ≥ А + а + (10 – В) ≥ А, т.е. худшая оценка последнего не меньше лучшей оценки победителя. Но тогда у последнего каждая оценка не меньше, чем у победителя, т.е. SВ  ≥ SА. Противоречие.

**Финал математических боев**

***«Бои по правилам»***

***Старшая лига («***У Лукоморья» по мотивам А.С. Пушкина.)

**Задача 1.** У Лукоморья дуб зеленый. На правой стороне дуба веток на12,5% меньше, чем на левой, но среднее число листьев на каждой ветке на 8% больше. На какой стороне дуба ( правой или левой) больше листьев и на сколько процентов?

**Решение:** пусть х количество веток слева, у- количество листьев на ветке слева. Справа веток 0,875х, листьев на ветке 1,08у. справа листьев 0,875х1,08у= 0,945ху. Слева листьев ху. . Вывод слева листьев больше на 5,5%

**Задача 2.**Чтобы навести порядок на дорожках у Лукоморья , были наняты дворники и закуплены метлы и грабли. Если каждый дворник возьмет одну метлу или одни грабли, то останется 14 метелок. А чтобы дать каждому дворнику и одну метлу и одни грабли , не хватает 10 грабель. Сколько было метелок и грабель в отдельности?

**Решение:** Пусть а дворников, х число грабель, у число метелок. Составляем уравнения по условию: х+у=а+14, х+у=2а-10. при второй раздаче предметов каждый дворник получил метлу и метелок больше не осталось, значит а=у. . решаем систему а=24,х=14,у=24

**Задача 3.** У Лукоморья Баба Яга и Кощей делят золото. У них есть бочка полная золота и такая же пустая бочка. Сначала Баба Яга высыпает ½ всего золота в пустую бочку, затем Кощей из второй бочки пересыпает 1/3 в первую, потом Баба Яга из первой пересыпает ¼ золота во вторую и так далее всего 2017 раз. В конце в какой бочке золота будет больше?

***Решение:***Поровну. После каждого нечетного хода золота становится поровну. После первого шага стало поровну. если на каком то нечетном шаге поровну, то докажем, что на следующем нечетном шаге тоже будет поровну. Разделим содержимое бочки на n равных частей и переложим во вторую бочку, там станет n+1таких равных частей следующим шагом мы перекладываем одну часть обратно, т.е возвращаемся к исходному состоянию.

**Задача 4.** У Лукоморья путь от дуба до замка Кощея, расстояние между которыми 200км, пролегает сначала по шоссе, а затем по грунтовой дороге. От дуба к замку выехал богатырь, скорость которого по шоссе 80км/ч, а по грунтовой дороге – 60км/ч. одновременно с ним из замка к дубу выехал Кощей, скорость которого по шоссе равна 60км/ч, а по грунтовке -50км/ч. они встретились через 1ч 30мин после выезда. Определите насколько раньше богатырь доедет до замка, чем Кощей до дуба.

**Решение:** Вариант 1 встретились в точке соединения шоссе и грунтовой дороги. За 1,5 часа они проехали 1,5(80+50)=195км, а должны были проехать вместе весь путь 200км. Не подходит.

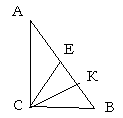
Вариант 2 Они встретились на грунтовой дороге. За 1,5 часа Кощей проехал 1,5∙50=75км, богатырь должен проехать 125км, но если бы он ехал со своей максимальной скорость 80км/ч то проехал бы всего 120км. Не подходит.

Вариант 3. они встретились на шоссе. Богатырь проедет за 1,5часа 120 км, Кощей 80 км пусть х км Кощей ехал по шоссе, 80х км по грунтовке. Время Кощея: , х=30. тогда на весь путь богатырь затратит , кощей на весь путь затратит: , часа потратит богатырь меньше.

**Задача 5.** У лукоморья юная Василиса- премудрая решает задачу в рамках подготовки к ЕГЭ. В прямоугольном  проведена высота СК из вершины прямого угла С, а в биссектриса СЕ. Докажите, что СВ=ВЕ .Помогите Василисе

**Решение:** 1)угол СЕК внешний у треугольника АСЕ, 

2) равнения по условию: х+у=а+14, х+у=2а-10. о метелок. ает вако процентов.



3)в 



, значит  и треугольник ЕСВ равнобедренный и СВ=ВЕ

**Задача 6.** У Лукоморья кот ученый работает профессором в школе юных героев. Он задал своим ученикам задачу: Найдите все тройки натуральных чисел х; у; z, такие, что xyz=170170 и x2y+y2z+z2x=xy2+yz2+zx2. Решите задачу.

**Решение:** x2y+y2z+z2x=xy2+yz2+zx2. преобразуем x2y+y2z+z2x- xy2- yz2-zx2.=у2(z-x)+zx(z-x)-y(z2-x2)=(z-x)(y2+zx-zy-xy)=(z-x)(y-x)(y-z) и 170170=2∙5∙7∙11∙13∙17

(z-x)(y-x)(y-z)=0, если х=у, то 170170 делится на х2 , что возможно при х=1, у=1 и я=170170, все возможные тройки чисел: (1;1;170170), (1;170170;1),(170170;1;1).