Командная олимпиада 8 класс г. Березники 27 сентября 2013

VI городской чемпионат по математическим боям

«Бои по правилам»

Решение

Задача 1.

Найдите все пятизначные числа, у которых вторая цифра впятеро больше первой, а произведение всех пяти цифр равно 1000.

Решение: первая цифра может быть только 1, иначе вторая больше 9. Вторая цифра 5. произведение трех остальных цифр равно 200, 200=5·5·8, три оставшиеся цифры 5,5,8. Числа: 15855, 15585, 15558.

Задача 2.

Иван- царевич и Серый волк в полдень вместе вышли из дома, и пошли на обед к царю. Пройдя полпути, Иван вспомнил, что забыл дома перчатки, и побежал за ними домой со скоростью в два раза большей, чем он шел вместе с волком. Схватив перчатки, он побежал к царю (с той же скоростью, что бежал домой). В результате волк пришел на обед вовремя, а Иван опоздал на 10 минут. На какое время был назначен обед?

Решение: Иван бежал со скоростью вдвое большей, чем шел с волком, поэтому, когда волк пришел к царю, он был на середине пути. Волк потратил на половину пути 20 минут вдвое больше чем бежал Иван, который опоздал на 10минут. На весь путь волк потратил 40 минут. Обед был назначен на 12часов 40 минут.

Задача 3.

На стороне BC треугольника ABC отмечена точка E, на биссектрисе BD точка , F так чтоEF||AC и AF=AD. Докажите, что AB=BE.

Решение: так как EF||AC и треугольник AFD равнобедренный то $\angle EFD = \angle ADF = \angle AFD$ значит $\angle AFB = \angle EFB$ по условию $\angle ABF = \angle EBF$. Треугольники BFE и BFA раны по стороне BF и двум прилежащим углам поэтому равны их соответственные стороны BE и AB.

Задача 4.

Квадрат 8×8 распилили на квадраты 2×2 и прямоугольники 1×4 . При этом общая длина распилов равна 54. Сколько фигурок каждого вида получилось?

Решение: квадрат 8×8 содержит 64 квадрата 1×1 , в каждой полученной фигуре таких квадратов по 4 всего фигур 64:4=16. найдем сумму периметров всех фигур. Граница каждого распила входит в периметр двух фигур, поэтому сумма периметров всех фигур равна периметр большого квадрата плюс удвоенная длину распилов 32+2·54=140

Периметр квадрата 2×2 равен 8, а прямоугольника 1×4 равен 10. составим систему

$$\begin{cases} x+y=16 \\ 8x+10y=140 \end{cases}$$

где x- квадратов 2×2 , y- прямоугольников 1×4

x=10, y=6

Задача 5.

Даны шесть чисел: 1; 2; 3; 4; 5; 6. Разрешено за один ход к любым двум числам прибавлять по единице. Можно ли через несколько ходов сделать все числа равными?

Решение: 1+2+3+4+5+6=21 число нечетное, за любой ход сумма увеличивается на 2, т.е. остается нечетной. Если все числа станут равными, то их сумма будет четной. Нет нельзя.

Задача 6.

Прогульщик Вася в каждый понедельник сентября пропускал по одному уроку, а каждый вторник- по два урока, …, в каждую пятницу- по пять уроков. Могло ли оказаться так, что за весь сентябрь он пропустил ровно 64 урока? (все субботы и воскресенья были выходными, а остальные дни учебными)

Решение: сентябрь содержит 30 дней т.е. 4 полные недели и еще 2 дня. За одну неделю можно прогулять 1+2+3+4+5=15 уроков, за 4 недели 60 уроков. За два идущих подряд дня можно прогулять 0 уроков(если выходные), 1+3 или 2+3 или 3+4 или4+5 или 5+0 уроков всегда нечетное число. 64 урока прогулять нельзя.

Математический бой 6 - 7 класс (финала) г. Березники 26.10.2013

VI городской чемпионат по математическим боям
«Бои по правилам»

Задача1. Решите ребус **ХХХХ – УУУ + АА – В = 1234** (одинаковыми буквами обозначены одинаковые цифры, разными буквами – разные цифры).
Решение: 2222 – 999 + 11 – 0 =1234

Задача 2. Крош , Нюша , Ёжик и Бараш подошли ночью к мосту (с одной стороны) и хотят перейти через него. У них на всех один фонарик, без которого невозможно и шага ступить. Мост выдерживает только двух смешариков. Крош может перейти мост за 1 минуту, Нюша за 2 минуты, Бараш за 5 минут, Ёжик за 10 минут. Как им всем перейти мост за 17 минут?
Решение:Сначала переходят Крош и Нюша. Затем Крош возвращается назад, и переходят Бараш и Ёжик. Нюша возвращается с фонариком назад, и вместе с Крошем они переходят на другую сторону. Всего прошло времени 2+ 1+10+2+2 = 17 минут.

Задача 3. На пальме сидело много мартышек. Двадцать из них получили по пинку. Пнутая мартышка срывает с пальмы три финика и раздаёт подружкам. Мартышка, получившая два финика, съедает их и пинает другую мартышку. После того как произошло 30 новых пинков, мартышки успокоились. Сколько фиников осталось у мартышек?
Ответ: 90 фиников.
Решение: Всего мартышки получили 50 пинков, значит они собрали 150 фиников. 30 новых пинков сделали те мартышки, которые съели перед этим два финика, значит, 60 фиников было съедено. Осталось 90 фиников.

Задача 4. Имеется прямоугольная пластина массой 10 кг. Может ли продавец, разрезать её на три части так, чтобы с их помощью можно было взвесить на чашечных весах любое целое число килограммов от одного до десяти?
Ответ: Да, может.
Решение: Эти части $-1; 2; 7$. $1 = 1,\ 2 = 2,\ 3 = 1 + 2,\ 4 + 1 + 2 = 7,\ 5 + 2 = 7,\ 6 + 1 = 7,\ 7 = 7,\ 8 = 7 + 1,\ 9 = 7 + 2,\ 10 = 7 + 1 + 2.$

Задача 5. 36 деревьев посажены квадратом 6х6. Какое наибольшее количество деревьев можно спилить так, чтобы, стоя на любом пеньке, нельзя было видеть любой другой пенёк?
Ответ: Можно спилить не более 9 деревьев
Решение: Разобьём все деревья на 9 квадратов 2 х 2 по 4 дерева в каждом. В каждом квадрате можно спилить не более одного дерева, иначе будет виден пенёк, стоящий рядом в этом квадрате. Таким образом, можно спилить не более 9 деревьев. Покажем, что 9 деревьев спилить можно. Для этого в каждом квадрате 2 х 2 спилим правое верхнее дерево. Тогда между любыми двумя пеньками на прямой, их соединяющей, будут расти хотя бы одно дерево.

Задача 6. Часовая стрелка установлена на 12 часов. Играют двое, ходят по очереди. Каждым ходом можно сдвинуть стрелку на 1 или 2 часа вперёд. Выигрывает тот игрок, кто первым поставит стрелку снова на 12 часов. Кто, начинающий или его партнёр, выиграет в эту игру, если оба игрока хотят победить, и действуют наилучшим образом?
Ответ: Победит партнёр начинающего
Решение. Приведём выигрышную стратегию за противника начинающего. Она такова: если начинающий сдвигает стрелку на час, то второй игрок сдвигает стрелку на 2 часа; если начинающий двигает стрелку на 2 часа, то его противник должен сдвинуть стрелку на час. В любом случае после того, как каждый из игроков сделает по ходу, стрелка передвинется на 3 часа ровно. Значит, когда игроки сделают по 4 хода каждый, стрелка опишет полный круг и окажется ровно на 12 часах. Последний ход сделал второй игрок, значит, он и победил.
<u>Примечание.</u> Стратегия второго игрока единственна: любое отклонение от неё приведёт к тому, что первый сможет поставить стрелку на 3, 6, 9 или 12 часов и победить в дальнейшей игре, используя стратегию, описанную в решении.

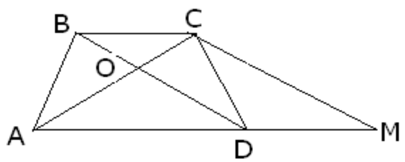
Математический бой 8 класс (финала) г. Березники 26.10.2013

VI городской чемпионат по математическим боям
«Бои по правилам»

Задача 1. Докажите, что 2010·2011·2012·2013+1 есть квадрат натурального числа.
Решение: обозначим 2011 =а, тогда (а-1)а(а+1)(а+2)+1=$(a^2+a)(a^2+a-2)+1=(a^2+a)^2-2(a^2+a)+1=(a^2+a-1)^2=(2008^2+2008-1)^2$. получили квадрат натурального числа.

Задача 2. Две из четырех монет весят по 10г, еще две по 9г. Имеются чашечные весы со стрелкой, показывающие разность масс грузов, положенных на чашки. Как, сделав одно взвешивание, найти хотя бы одну монету 10г?
Решение: взвешиваем на левой чашке 2 монеты, а на правой одну. Разница веса может быть равна:
а) 9+9-10=8 , тогда оставшаяся монета 10г или на правой чашке весов.
б) 9+10-10=9 , 10г монета на правой чашке
в) 9+10-9=10, , тогда оставшаяся монета 10г
г) 10+10-9=11, тогда монета 10г на левой чашке.

Задача 3. В трапеции длина одной из диагоналей равна сумме длин оснований, а угол между диагоналями равен 60^0. Докажите, что трапеция равнобокая.
Решение: пусть AC=BC+AD, продолжим AD за точкуD. Отложим на продолжении отрезок DM=BC. BCMD параллелограмм, треугольник ACM равносторонний, значит $\angle BDA = \angle CMD = 60^0$. Треугольники AOD и BOC равносторонние, следовательно треугольники BOA и COD равны и AB=CD.



Задача 4. Вини- Пух и Пятачок отправляются одновременно из своих домиков навстречу друг другу и встречаются через 15 минут. Вини-Пух проходит расстояние между домиками за 60 минут. За сколько минут проходит расстояние между домиками Пятачок?

Решение: обозначим расстояние за 1. 1:15=$\frac{1}{15}$ скорость сближения она равна сумме скоростей. $\frac{1}{60}$ скорость Вини- Пуха, $\frac{1}{15}-\frac{1}{60}=\frac{1}{20}$ скорость Пятачка. Время Пятачка 20 минут.

Задача 5. За книгу заплатили часть стоимости, причем то, что заплатили, на 10 рублей больше половины того, сколько осталось бы заплатить, если бы заплатили столько, сколько осталось за книгу заплатить. Сколько заплатили за книгу?
Решение: пусть книга стоит х рублей, а заплатили за нее в рублей, осталось заплатить х-в рублей. Уравнение: в-10=$\frac{1}{2}(x-(x-в))$, в-10=$\frac{1}{2}$ в, в=20рублей

Задача 6. Из куба с целочисленным ребром выпиливается куб также с целочисленным ребром, а так же 386 кубиков единичного объема (направления распилов параллельны граням куба). Найдите ребро самого большого куба, который можно выпилить таким образом.
Решение: ребро заданного куба а, ребро выпиленного куба в.
$a^3=в^3+386$.
$(a-в)(a^2+aв+в^2)=386=2\cdot 193$, 193- простое число. Получаем два варианта решения

$\begin{cases} a-в=2 \\ a^2+aв+в^2=193 \end{cases}$ или $\begin{cases} a-в=193 \\ a^2+aв+в^2=2 \end{cases}$

$a^2+aв+в^2=193$
(а-в)2+3ва=193
4+3ав=193
ав=63, т.к. а>в возможны варианты: а= 9,в=7; а=21,в= 3; а=63,в=1, подходит а=9,в=7
Вторая система целочисленных решений не имеет. Самый большой выпиленный куб имеет ребро 7.

VI городской чемпионат по математическим боям
«Бои по правилам»

Задача1. Известно, что a+b-c=3 и a-b+c=4.
Найдите $a^2-b^2-c^2+2bc+5a-b+c-3$.
Ответ: 27
Решение: Нетрудно видеть, что $(a+(b-c))(a-(b-c))=a^2-(b-c)^2=a^2-b^2-c^2+2ac=3*4=12$, а
$5a-b+c=2(a+b-c)+3(a-b+c)=2*3+3*4=18$. Откуда получаем ответ.

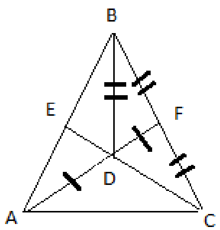
Задача 2. После возвращения цирка с гастролей знакомые расспрашивали дрессировщика Казимира Алмазова о «пассажирах» его автофургона: «Тигры были?»- «Да, причём их было в 7 раз больше, чем не тигров». – «А обезьяны?» - «Да, их было в 7 раз меньше, чем не обезьян» - «А львы были?» Ответьте за Казимира Алмазова. Ответ обоснуйте.
Ответ: львов не было.
Решение: Поскольку тигров было в 7 раз больше, чем не тигров, то количество тигров составляет 7/8 от общего количества всех животных. Поскольку обезьян было в 7 раз меньше, чем не обезьян, то количество обезьян составляет 1/8 от общего количества всех животных. Так как 7/8 + 1/8 = 1, то животных, отличных от тигров и обезьян, в фургоне не было.

Задача 3. Путин загадывает три двузначных числа, A, B и C. Медведев должен назвать ему три числа - X, У, Z, после чего Путин сообщит ему сумму AX+BY+CZ. Медведев должен отгадать задуманные числа, иначе его уволят с поста президента. Как ему спастись?
Решение: А задачка решается легко: x=1, y=100 и z=1 0000. Так как числа Путина двузначные, то мы должны каждое умножить на единицу, чтобы оно не изменилось, и отодвинуть на два разряда, чтобы не произошло наложения между числами. Результат делим по две цифры слева направо. Тогда, если Путин, например, загадает 25, 76 и 99, он посчитает:
25*10000+ 76*100+1*99=257699

Задача 4. Натуральные числа от 1 до 100 выписаны по порядку 1234567891011121314 ... 9899100. После этого из записи вычеркнули все цифры, стоящие на местах, номер которых не делится на 3. В получившемся числе опять вычеркнули все цифры, стоящие на местах, номер которых не делится на 3. Этот процесс продолжали до тех пор, пока не остались 1 или 2 цифры. Какие это цифры? В ответе запишите цифру, если перед последним вычеркиванием останется одна цифра, или произведение цифр, если останутся две цифры.
Ответ: 40
Решение: Нетрудно подсчитать, что всего выписано 192 цифры (9 однозначных чисел, 90 - двузначных и одно трехзначное). При первом вычеркивании в записи останутся цифры, стоящие на местах, номер которых делится на 3. После второго вычеркивания останутся цифры, стоящие на местах, номер которых делится на 9 и Т.Д. После четвертого вычеркивания останутся цифры, стоящие на местах, номер которых делится на 81, это 81ая и 162-я цифры, Т.е. 8 и 5.

Задача 5. Петя и Вася сделали в тире по 5 выстрелов. Первыми тремя выстрелами они выбили поровну, а последними тремя Петя выбил в три раза больше очков, чем Вася. На мишени остались пробоины в 10, 9, 9, 8, 8, 5, 4, 4, 3, 2 очков. Куда попал каждый из них третьим выстрелом? Приведите все возможные варианты ответа и докажите, что других нет.
Ответ: Третьим выстрелом Петя выбил 10, а Вася - 2 очка.
Решение: Последними тремя выстрелами Вася не мог выбить больше, чем 9 очков (иначе Петя бы выбил последними тремя выстрелами не меньше 30). Меньше 9 очков Вася тоже выбить не мог, так как наименьшая сумма за три выстрела 2+3+4 = 9. Следовательно, Вася выбил 2, 3 и 4 очка, а Петя 10, 9 и 8 очков (других вариантов набрать 27 очков тремя выстрелами нет). Значит первыми двумя выстрелами мальчики выбили 9, 8, 5 и 4 очка. При этом Петя третьим выстрелом выбил не меньше, чем 8, а Вася - не больше, чем 4 очка. Так как сумма очков после первых трех выстрелов была равной, значит, первыми двумя выстрелами Петя выбил по крайней мере на четыре очка меньше, чем Вася. Единственная возможность - Вася выбил 9 и 8, а Петя 5 и 4 очка, следовательно, третьим выстрелом Вася выбил 2, а Петя 10 очков.

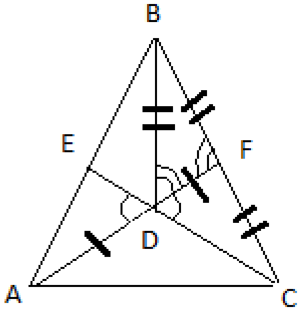
Задача 6.



AF – медиана треугольника ABC. D – середина отрезка AF, E – точка пересечения прямой CD со стороной AB. Оказалось, что BD=BF=CF.

Докажите, что AE=DE.

Решение:



Требуется доказать, что треугольник EAD равнобедренный. Для этого достаточно проверить, что <EAD=<EDA. А так как <EDA=<FDC, то докажем, что <EAD=<FDC. Заметим, что треугольник DFB равнобедренный. Значит, <BDF=<BFD. Тогда <ADB=<DFC. Теперь мы видим, что треугольники ADB и DFC равны по двум сторонам и углу. Значит, <EAD=<FDC, что и требовалось.

Математические бои 8 класс г. Березники 27 сентября 2013

VI городской чемпионат по математическим боям

«Бои по правилам» ($\frac{1}{4}$ финала)

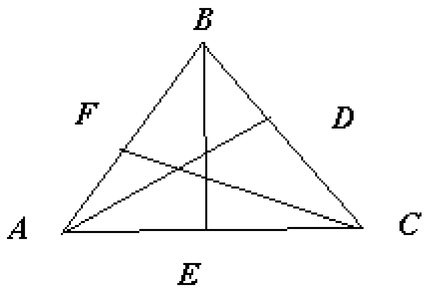
Задача 1. Цена шоколадки в магазине была 50рублей. После снижения цены количество покупок увеличилось на 25%, а выручка возросла на 12,5%. Сколько стала стоить шоколадка?

Решение: Пусть первоначально было х покупок, первоначальная выручка составляла у, тогда цена шоколадки $\frac{y}{x}$.

Затем покупок стало 1,25х, а выручка- 1,125у. тогда цена шоколадки $\frac{1{,}125y}{1{,}25x}=\frac{9y}{10x}$

Новая стоимость шоколада составляет $\frac{9}{10}$старого, $50\cdot\frac{9}{10}$=45 рублей.

Задача 2. В треугольнике АВС высота AD, медиана BE и биссектриса CF при пересечении образуют углы по 60^0. Докажите, что треугольник АВС равносторонний.



Решение:

Биссектриса CF образует с высотой AD угол 60^0, значит угол DCF 30^0, угол С равен 60^0. Если биссектриса CF образует с медианой BE угол 60^0, то угол BEC прямой, а медиана BE является и высотой, тогда треугольник АВС равнобедренный, АВ=ВС. Имеем равнобедренный треугольник с углом С в 60^0, значит треугольник равносторонний.

Задача 3. Из пункта А в пункт В выехали одновременно Винтик и Шпунтик. Винтик всю дорогу ехал со скоростью 60км/ч, а Шпунтик сначала ехал со скоростью 120 км/ч, а после того когда его оштрафовали за превышение скорости, ехал со скоростью 30км/ч. В пункт В они прибыли одновременно. Какую часть пути Шпунтик ехал с большой скоростью?

Решение: Обозначим весь путь за 1. Пусть x- часть пути которую проехал Винтик к моменту штрафа Шпунтика, тогда Шпунтик за это время проехал 2x части всего пути. Винтику осталось проехать 1-x часть пути за время (1-x)/60, а Шпунтику осталось проехать 1-2x часть пути за (1-2x)/30,. приехали они одновременно. Составим уравнение: (1-x)/60=(1-2x)/30 откуда x=1/3. Ответ 2/3 пути ехал Шпунтик с большей скоростью.

Задача 4. Четыре последовательных целых числа являются цифрами тысяч, сотен, десятков и единиц некоторого четырехзначного числа. На сколько увеличится это число, если его цифры переписать в обратном порядке?

Решение: a, a+1, a+2, a+3 цифры числа. Исходное число: 1000a+100(a+1)+10(a+2)+a+3

Новое число: 1000(a+3)+100(a+2)+10(a+1)+a их разность:3000+100-10-3=3087

Задача 5. Каждый из трех мальчиков либо всегда говорит правду, либо всегда лжет. Им сообщили шесть натуральных чисел. После этого каждый из мальчиков сделал по два утверждения.

Петя: 1) Это шесть последовательных натуральных чисел. 2) Сумма этих чисел четная.

Вася: 1) Это числа 1; 2; 3; 4 ; 5; 6. 2) Коля- лжец.

Коля: 1) Все эти числа различны и делятся на 3. 2) Каждое из этих чисел меньше 20.

Какие числа сообщили мальчикам?

Решение: Сумма шести последовательных натуральных чисел нечетная, поэтому Петя солгал. Вася тоже солгал, т. к. это не последовательные числа. Получается, что Коля не лжец. Есть только шесть натуральных чисел меньше 20, которые делятся на 3. ответ: числа 3, 6, 9,12, 15, 18.

Задача 6. Площади трех граней коробки, имеющей форму прямоугольного параллелепипеда, равны соответственно 5,12,15дм^2. Найти объем коробки.

Решение: обозначим длину, ширину, высоту коробки x,y,z. Тогда площади трех граней равны: xy=5, xz=12, yz=15. Перемножим равенства: xyxzyz=5·12·15, $(xyz)^2=900$, отсюда

xyz=30дм^3.

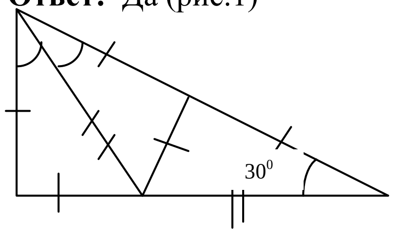
V=30дм^3.

VI городской чемпионат по математическим боям

«Бои по правилам» ($\frac{1}{4}$ финала)

Задача 1. Существует ли треугольник, который можно разрезать на три равных (одинаковых) треугольника?

Ответ: Да (рис.1)



Задача 2. Двое по очереди записывают натуральные числа от 1 до 25 в клетки таблицы 5×5, причём каждое число может быть записано только один раз. Если после заполнения всей таблицы сумма чисел в каком-нибудь столбце или в какой-нибудь строке равна 70, то выигрывает начинающий, в противном случае выигрывает его соперник. Кто выигрывает при правильной игре и как он должен играть, чтобы выиграть?

Решение: Начинающий первым ходом ставит в угол число 24. Затем он разбивает все клетки на пары (рис. 2), а числа - на 11 «хороших» пар с суммой 23 (1+22, 2+21, …,11+12) и одну «плохую» пару 23, 25. В дальнейшей игре после того как второй игрок записывает число в какую-то клетку некоторой пары, первый ставит парное по отношению к нему число в оставшуюся клетку. «Плохая» пара одна, значит, её нет либо в строке, либо в столбце, содержащем 24, а 24 в сумме с двумя хорошими парами даёт 70. Выигрывает начинающий.

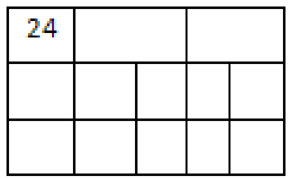


рис.2

Задача 3. Однажды Чёрт предложил Бездельнику заработать. Как только ты перейдешь через мост, – сказал он, – твои деньги удвоятся. Можешь переходить по нему сколько хочешь раз, но после каждого перехода отдавай мне за это 24 копейки. Бездельник согласился и … после третьего перехода остался без копейки. Сколько было у него денег сначала?

Решение: После третьего перехода у Бездельника стало 24 коп (их он и отдал в последний раз Чёрту), значит до удвоения у него было 12 коп. Остались эти 12 коп. после уплаты Чёрту 24 коп., т.е. после второго перехода у Бездельника стало 36 коп., а до этого перехода было 18 коп. Но эти деньги у него остались после первой уплаты Чёрту 24 коп. , т.е. после первого перехода у Бездельника оказалось 18 коп. + 24 коп. = 42 коп., т.е. до удвоения была 21 коп.

Ответ: У Бездельника была 21 коп.

Задача 4. Скатерть самобранка исполняет любые желания своего владельца, но после каждого исполнения желания она уменьшается на половину своей длины и на одну треть ширины. После исполнения 5 желаний она имела площадь 12 $см^2$ а после двух желаний её ширина была 9 см. Какой была её длина после исполнения первого желания?

Решение: Если в какой-то момент площадь скатерти самобранки равнялась S, то после исполнения очередного желания она станет равной $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}$S, то есть уменьшится в 3 раза. После исполнения пятого желания площадь равнялась 12 $см^2$, а значит, после четвёртого желания она была равна 12 $\cdot 3$ $см^2$, после третьего 12 $\cdot 9$, после второго 12 $\cdot 27$ $см^2$. Поскольку ширина в этот момент равнялась 9 см, то длина была $12 \cdot \frac{27}{9} = 36$ см. Значит, после первого желания длина была 72 см, а ширина $9 \cdot \frac{3}{2} = \frac{27}{2}$ см (вариант $9 \cdot 2 = 18$ для длины и $36 \cdot \frac{3}{2} = 54$ для ширины не подходит, так как $18 < 54$). Итак, после первого желания длина равнялась 72 см.

Задача 5. В клетках таблицы 3 х 3 расставлены числа 1,2 и 3. Рассмотрим восемь сумм: суммы трёх чисел каждой строки, каждого столбца и двух диагоналей. Могут ли все эти суммы быть различными?

Ответ: Нет. **Решение:** Эта сумма больше двух и, по крайне мере, чётна.

Задача 6. Призёр олимпиады по математике решает любую трехбалльную задачу за 2 минуты, а четырехбалльную – за 3 минуты, пятибалльную – за 5 минут. Какое наибольшее число баллов может набрать он за 15 минут?

Ответ:22балла.

Решение: Решая 3-балльную задачу, призёр получает за каждую минуту три вторых балла, за 4-бальную задачу получает четыре третьих балла в минуту и за 5-балльную задачу – 1 балл в минуту. Чтобы набрать наибольшее число баллов, ему надо решить как можно больше задач в 3 балла. За 15 минут он может решить 7 таких задач, но тогда одна минута пропадёт зря (Призёр в этом случае набирает 21 балл), поэтому ему надо решить 6 задач в 3 балла, потратив на это 12 минут, а в оставшееся 3 минуты решить одну задачу в 4 балла , всего он при этом получит $3 \cdot 6 + 4 = 22$ балла ($22 > 21$)

VI городской чемпионат по математическим боям
«Бои по правилам»

Задача 1.

В простом двузначном числе переставили цифры и получили также простое число. Из первого числа вычли второе и получили квадрат целого числа. Найдите исходное число.

Задача 2.

В загородный лагерь приехало 70 ребят. Каждый из них был в лагере либо впервые, либо во второй раз, либо в третий раз. Некоторые ребята всегда говорят правду, а другие всегда лгут. Каждому задали 3 вопроса: «ты в лагере в первый раз?», «ты в лагере во второй раз?», «ты в лагере в третий раз?». На первый вопрос утвердительно ответили 37 человек, на второй – 25, а на третий – 13. Сколько лгунов приехало в лагерь?

Задача 3.

Билет в зоопарк обычно стоит 38 монет, но в дождливый день цену снижают в 2 раза. За неделю продано 800 билетов, общей стоимостью 19057 монет. Сколько билетов продано по половинной цене?

Задача 4.

Зайчонок, Енот и Ёжик изучали алфавит. Оказалось, что из букв, которые знает Зайчонок, Еноту известны только «а» и «и», а Ёжику – только «а» и «л». При этом Зайчонок с Енотом, использовав все буквы, которые знают, сумели написать слово «АЛФАВИТ», а Енот с Ёжиком, опять-таки использовав все свои знания, написали слово «ПЛИТКА». Кто какие буквы изучил?

Задача 5.

Говорят, что существует город, в котором 9 прямых улиц, на каждой улице по 5 перекрёстков (пересечений с другими улицами), а всего перекрёстков 19. Возможно ли это? Если «да» - сделайте чертёж, если «нет» - почему?

Задача 6.

Какую длину может иметь самонепересекающийся путь по сторонам клеток из верхнего левого угла в нижний правый угол квадрата 8×8?