МУНИЦИПАЛЬНОЕ АВТОНОМНОЕ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ

«СРЕДНЯЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ШКОЛА

С УГЛУБЛЕННЫМ ИЗУЧЕНИЕМ ОТДЕЛЬНЫХ ПРЕДМЕТОВ №3»

Сборник заданий для подготовки к олимпиаде младших школьников по математике для учащихся 4 – 6 классов

Автор составитель:

Жулдыбина Ольга Александровна

Олимпиады

**6 класс**

**2014 г.**

**Задача 1.** Найдите все трехзначные числа, у которых вторая цифра вчетверо больше первой, а сумма всех трех цифр равна 14. (Объясните свое решение).

**Задача 2.** Разрезать данную фигуру на четыре равные части по линям сетки.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

**Задача 3.** Треть всех мусорных контейнеров города Моськина установлена в магазинах, $\frac{1}{9}$ часть – в ресторанах, а остальные в школах. $\frac{2}{7}$ части от общего количества паштета лежит на прилавках магазинов, еще $\frac{2}{7}$ - на тарелках посетителей ресторанов, а остальной паштет поровну распределен по мусорным контейнерам. Во время стихийного нашествия дикие крысы съели 80 % всего паштета. Возможно ли, чтобы при этом крысы не притронулись к паштету в школах? Не забудьте обосновать ответ.

**Задача 4.** Ванна объемом 100 л снабжена краном и сливом, находящимся прямо под краном. Из открытого крана в ванну каждую минуту вливается 2 л воды. Открытый слив пропускает 3 л воды в минуту. Сначала кран и слив были закрыты, а ванна пуста. В 12.00 открыли кран. В 12.30 открыли слив. В 14.00 закрыли слив. В какой момент ванна наполнилась целиком?

**Задача 5.** Двое играют в такую игру. В белом клетчатом квадрате со стороной в 5 клеток они по очереди закрашивают черным клетчатые квадраты, в которых все клетки белые (в частности, можно закрашивать одну белую клетку). Проигрывает тот, после хода которого не осталось белых клеток. Кто выиграет при правильной игре: тот, кто ходит первым, или его соперник – и как ему для этого надо играть?

**2015 г.**

**Задача 1.** У Васи есть калькулятор, который позволяет умножать число на 3, прибавлять к числу 3 или (если число делится на 3 нацело) делить на 3. Как на этом калькуляторе получить из числа 1 число 11?

**Задача 2.** При делении числа на 56 в остатке получилось 30. Как изменится частное и сколько получится в остатке, если то же число разделить на 14.

**Задача 3.** Три Уникума решили перекусить вместе, для этого один из них дал три бутерброда, второй – четыре, а третий внес 70 рублей. Сколько из этих денег должен взять первый и сколько второй Уникум, чтобы затраты всех трех Уникумов были равными? (Будем считать все бутерброды одинаковыми, Уникумы поделили их поровну).

**Задача 4.** Шестиклассник Вася придумал, как сложить параллелепипед из одинаковых кубиков и оклеить его тремя квадратами без щелей и наложений. Какой параллелепипед сложил Вася и как его оклеил? (Обоснуйте свое решение с чертежами).

**Задача 5.** На одной стороне улицы разбитых фонарей стояло 150 фонарей, причем, среди любых трех фонарей, стоящих подряд, хотя бы один был разбит. После того, как электрик Петров починил несколько фонарей, среди любых четырех фонарей, стоящих подряд, осталось не более одного разбитого. Докажите, что электрик починил не менее 25 фонарей.

**2017 г.**

**Задача 1.** Математик Маша считает четырёхзначное число милым, если его вторая цифра равна сумме первой и третьей, а его третья цифра равна сумме первой и четвёртой. Помогите Машеньке найти самое маленькое милое число.

**Задача 2.** Алиса и Белый Кролик в полдень вместе вышли из домика Кролика и пошли на прием к Герцогине. Пройдя полпути, Кролик вспомнил, что забыл перчатки и веер, и побежал за ними домой со скоростью, в два раза большей, чем он шел вместе с Алисой. Схватив перчатки и веер, он побежал к Герцогине ( с той же скоростью, что бежал домой). В результате Алиса (которая шла с одной и той же скоростью) пришла к Герцогине вовремя, а Кролик опоздал на 10 минут. На какое время был назначен прием у Герцогини?

**Задача 3.** Физик разрезал прямоугольник на два прямоугольника с периметрами по 40 см, а математик разрезала точно такой же прямоугольник на два прямоугольника с периметрами по 50 см. Найдите длины сторон исходного прямоугольника.

**Задача 4.** В забеге приняли участие 5 спортсменов, и все заняли разные места. На следующий день каждого спросили, какое место он занял, и каждый. Естественно, назвал одно число от 1 до 5. Сумма их ответов оказалась равна 22. Какое наименьшее число врунишек было?

**Задача 5.** В коробке лежат сто звездочек. Математик и физик по очереди берут звездочки из коробки и украшают ими елку. За один раз можно взять сколько угодно звездочек, лишь бы поместились в руках. Кто возьмет последнюю звездочку, тот выиграл. У математика в руках помещается 20 звездочек, а у физика – до десяти. Может ли математик выиграть у физика?

**5 класс**

**2012 г.**

**Задача 1.** В числе 1234 цифры переставили так, что каждая из них оказалась не на своем месте. Полученное число сложили с первым. В сумме получилось четное число, все цифры которого различны. Найдите эту сумму.

**Задача 2.** В парламенте страны Малолюдии 6 депутатов. Сколькими способами они могут выбрать комиссию из трех депутатов, если депутат Кошкин не хочет быть в комиссии вместе с депутатом Собакиным, а депутат Пескарев – с депутатом Щукиным?

**Задача 3.** В ряд стояло 2002 столбика на расстоянии 1 шаг друг от друга. Вначале Витя сделал 2001 шаг, пройдя от первого столбика до последнего, затем, повернув обратно, сделал 2000 шагов, снова повернул и сделал 1999 шагов и так далее. Когда он сделал 1 шаг после поворота, Витя остановился. У какого по счету столбика стоит Витя?

**Задача 4**. Два кита плыли рядом по прямой со скоростью 6 км/ч. Вдруг один из них поплыл быстрее со скоростью 10 км/ч, затем через некоторое время внезапно развернулся и поплыл назад с этой же скоростью. Их расхождение началось в 9.15, а снова киты встретились 10.00. Когда первый кит повернул обратно?

**Задача 5.** В 5 А классе обучаются 20 учеников. В первой четверти они по трое дежурили по классу. Могло ли так получиться, что в некоторый момент каждый из учеников отдежурил с каждым ровно по одному разу?

**2017 г.**

**Задача 1.** Можно ли составить квадрат 8 х 8 из 16 тетрамино в виде буквы Т?

**Задача 2.** В симфонический оркестр приняли на работу трёх музыкантов: Брауна, Смита и Вессона, умеющих играть на скрипке, флейте, альте, кларнете, гобое и трубе. Известно, что:

Смит – самый высокий

Играющий на скрипке меньше ростом играющего на флейте

Играющие на скрипке и флейте и Браун любят пиццу

Когда между альтистом и трубачом возникает ссора, Смит мирит их

Браун не умеет играть ни на трубе, ни на гобое

На каких инструментах играет каждый из музыкантов, если каждый владеет двумя инструментами?

**Задача 3.** У физика Васи есть двое песочных часов: на 5 минут и на 8 минут. Как можно с их помощью физику засечь 7 минут?

**Задача 4.** В двух аудиториях письменную работу по математике писали по 20 пятиклассников. Проверив их работы, Иван Иванович сказал коллегам: «В этих двух аудиториях вместе решивших шестую задачу на пять человек меньше, чем не решивших ее». Докажите, что Иван Иванович ошибся.

**Задача 5.** В обменном пункте совершаются операции двух типов: 1) дай 2 тугрика – получи 3 кубрика и конфету в подарок; 2) дай 5 кубриков – получи 3 тугрика и конфету в подарок. Когда богатенький Буратино пришел в обменный пункт, у него были только кубрики. Когда ушел – кубриков стало меньше, тугрики так и не появились, зато он получил 50 конфет. Во сколько кубриков обошелся Буратино такой подарок?

Решения

6 класс

**2014 г.**

**Задача 1**. Найдите все трехзначные числа, у которых вторая цифра вчетверо больше первой, а сумма всех трех цифр равна 14. (Объясните свое решение).

Ответ: 149, 284.

Решение: Первая цифра может равняться только 1 или 2, иначе вторая цифра будет больше 9. Если первая цифра – 1, то вторая – 4, а третья получится 14 – 4 – 1 = 9. Если первая цифра – 2, то вторая – 8, а третья получится 14 – 2 – 8 = 4.

**Задача 2.** Разрезать данную фигуру на четыре равные части по линям сетки.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |   |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

**Задача 3.** Треть всех мусорных контейнеров города Моськина установлена в магазинах, $\frac{1}{9}$ часть – в ресторанах, а остальные в школах. $\frac{2}{7}$ части от общего количества паштета лежит на прилавках магазинов, еще $\frac{2}{7}$ - на тарелках посетителей ресторанов, а остальной паштет поровну распределен по мусорным контейнерам. Во время стихийного нашествия дикие крысы съели 80 % всего паштета. Возможно ли, чтобы при этом крысы не притронулись к паштету в школах? Не забудьте обосновать ответ.

Ответ: крысы обязательно ели школьный паштет.

Решение: Не в мусорных бачках лежит $\frac{4}{7} $ всего паштета. Остальные $\frac{3}{7}$ - в мусоре, но только $\frac{4}{9}$ этого мусора расположено вне школ. Итого вне школ находится $\frac{4}{7}$ + $\frac{3}{7}∙\frac{4}{9}=\frac{16}{21}$ всего паштета. Это немного меньше, чем $\frac{16}{20}$, составляющих 80 % всего паштета.

**Задача 4.** Ванна объемом 100 л снабжена краном и сливом, находящимся прямо под краном. Из открытого крана в ванну каждую минуту вливается 2 л воды. Открытый слив пропускает 3 л воды в минуту. Сначала кран и слив были закрыты, а ванна пуста. В 12.00 открыли кран. В 12.30 открыли слив. В 14.00 закрыли слив. В какой момент ванна наполнилась целиком?

Ответ: в 14.50

Решение 1: За 30 минут с 12.00 до 12.30 в ванну налилось 60 л воды. Когда открыли слив, количество воды в ванне стало каждую минуту убывать на 3 – 2 = 1 л, и через 60 мин, в 13.30, воды в ванне не осталось. После этого до 14.00 вся втекающая в ванну вода тут же вытекла через слив, так что ванна осталась пустой. А с 14.00 в ванне при закрытом сливе каждую минуту прибавлялось по 2 л воды, и 100 л воды набралось через 50 мин.

Решение 2: За 90 мин, в течение которых был открыт слив, через него выльется 3 $∙$ 90 = 270 л. Поэтому из крана в ванну должно влиться 270 + 100 = 370 л воды, на что нужно 370 : 2 = 185 мин. При этом получается неверный ответ «в 15.35». Ошибка – в предположении, что слив все время работал «на полную мощность», и упущение, что 14.00 его не закрывали.

**Задача 5.** Двое играют в такую игру. В белом клетчатом квадрате со стороной в 5 клеток они по очереди закрашивают черным клетчатые квадраты, в которых все клетки белые (в частности, можно закрашивать одну белую клетку). Проигрывает тот, после хода которого не осталось белых клеток. Кто выиграет при правильной игре: тот, кто ходит первым, или его соперник – и как ему для этого надо играть?

Ответ: победит первый.

Решение: Пусть первым ходом первый закрасил квадрат 4 х 4. После этого незакрашенным остался «уголок» из 9 клеток, где по правилам можно красить только по одной клетке. При этом первую клетку в «уголке» закрасит второй. Поскольку клеток в «уголке» нечетное число, он же закрасит и последнюю незакрашенную клетку и проиграет.

2015 г.

**Задача 1.** У Васи есть калькулятор, который позволяет умножать число на 3, прибавлять к числу 3 или (если число делится на 3 нацело) делить на 3. Как на этом калькуляторе получить из числа 1 число 11?

Решение: ((1$∙$3$∙$3$∙$3)+3+3):3= 11, (1$∙$3 + 3) : 3 +3 + 3+ 3 = 11.

**Задача 2.** При делении числа на 56 в остатке получилось 30. Как изменится частное и сколько получится в остатке, если то же число разделить на 14.

**Решение:** а – исходное число, b – частное от деления а на 56. А = 56 b + 30. Разделим а на 14, тогда 56 b : 14 = 4 b, 30 = 14$∙2 $+ 2. Т.о. при делении на 14 в частном получится 4 b + 2, а в остатке 2.

Ответ: итоговое частное будет на 2 больше, чем учетверенное исходное частное. Остаток 2.

**Задача 3.** Три Уникума решили перекусить вместе, для этого один из них дал три бутерброда, второй – четыре, а третий внес 70 рублей. Сколько из этих денег должен взять первый и сколько второй Уникум, чтобы затраты всех трех Уникумов были равными? (Будем считать все бутерброды одинаковыми, Уникумы поделили их поровну).

**Решение:** 3$∙$ 70 = 210 рублей стоимость всех 7 бутербродов.

210 : 7 = 30 рублей стоимость 1 бутерброда

3 $∙$ 30 – 70 = 20 рублей должен забрать 1 Уникум

4$∙$ 30 – 70 = 50 рублей должен забрать второй Уникум.

**Задача 4.** Шестиклассник Вася придумал, как сложить параллелепипед из одинаковых кубиков и оклеить его тремя квадратами без щелей и наложений. Какой параллелепипед сложил Вася и как его оклеил? (Обоснуйте свое решение с чертежами).

**Решение:** Например, он может сложить башню из четырех кубиков, «завернуть» ее в квадрат 4х4, а низ и верх заклеить квадратами 1х 1.

**Задача 5.** На одной стороне улицы разбитых фонарей стояло 150 фонарей, причем, среди любых трех фонарей, стоящих подряд, хотя бы один был разбит. После того, как электрик Петров починил несколько фонарей, среди любых четырех фонарей, стоящих подряд, осталось не более одного разбитого. Докажите, что электрик починил не менее 25 фонарей.

**Решение 1:** посмотрим на все фонари до прихода электрика. В каждой тройке подряд стоящих фонарей не менее 50. Пронумеруем первые 50 испорченных слева направо и разобьем на пары 1 – й со 2 – м, 3 – й с 4 –м и т.д., всего 25 пар. Между фонарями одной пары все фонари целые, а значит их не более двух. Поэтому один из испорченных фонарей, входящих в одну пару, надо починить.

**Решение 2:** Разобьем 25 фонарей на шестерки. Пусть не один фонарь в какой то шестерке не починен не был. В такой шестерке не менее двух разбитых фонарей (т.к. в каждой из двух троек, составляющих шестерку, был разбит фонарь), между которыми не менее трех работающих фонарей (т.к. иначе можно будет указать четыре фонаря среди которых хотя бы два разбитых). Но как раз из трех работающих фонарей подряд стоять и не может.

2017

**Задача 1.** Математик Маша считает четырёхзначное число милым, если его вторая цифра равна сумме первой и третьей, а его третья цифра равна сумме первой и четвёртой. Помогите Машеньке найти самое маленькое милое число.

**Ответ:** 1210

**Решение:**  Предположим, есть число меньше. Тогда его первая цифра равна 1, а его вторая цифра не превышает 2. Поскольку вторая цифра полностью определяет третью, если вторая цифра равна 2, число не меньше 1210. Значит, вторая цифра равна 1 (нулём она быть не может в силу неотрицательности третьей цифры), а третья — нулю. Но тогда четвёртая цифра должна быть равна -1.

**Задача 2.** Алиса и Белый Кролик в полдень вместе вышли из домика Кролика и пошли на прием к Герцогине. Пройдя полпути, Кролик вспомнил, что забыл перчатки и веер, и побежал за ними домой со скоростью, в два раза большей, чем он шел вместе с Алисой. Схватив перчатки и веер, он побежал к Герцогине ( с той же скоростью, что бежал домой). В результате Алиса (которая шла с одной и той же скоростью) пришла к Герцогине вовремя, а Кролик опоздал на 10 минут. На какое время был назначен прием у Герцогини?

**Ответ:** на 12 часов 40 минут.

**Решение:** Бегая за забытыми вещами, Кролик пробежал расстояние, равное пути от его домика до места приема. Алиса, идя вдвое медленнее, чем бежал Кролик, за это время прошла половину этого пути. Стало быть, когда Кролик добежал до середины пути, Алиса как раз дошла до места приема. 10 минут, на которые опоздал Кролик, понадобились ему на вторую половину пути. Алиса прошла ее вдвое медленнее, т.е. за 20 минут, а весь путь – за 40 минут. Следовательно, прием был назначен на 12 часов 40 минут.

**Задача 3.** Физик разрезал прямоугольник на два прямоугольника с периметрами по 40 см, а математик разрезала точно такой же прямоугольник на два прямоугольника с периметрами по 50 см. Найдите длины сторон исходного прямоугольника.

**Решение:** прямоугольник можно разрезать на два равных прямоугольника 2 способами. Обозначим половину одной из сторон исходного прямоугольника через х, а половину второй стороны – через у. Математик разрезал прямоугольник на два прямоугольника со сторонами у и 2х, а физик – на два прямоугольника со сторонами 2у и х. Получаем два уравнения: 2 ∙ (у + 2х) = 50 и 2 ∙ (2у + х) = 40. Сложив данные уравнения, получаем 2 ∙ (3х + 3у) = 90, 3х + 3у = 45, х + у = 15 и 2у + х = 20. Получаем, у = 5, х = 10. Тогда стороны прямоугольника 10 см и 20 см.

**Задача 4.** В забеге приняли участие 5 спортсменов, и все заняли разные места. На следующий день каждого спросили, какое место он занял, и каждый. Естественно, назвал одно число от 1 до 5. Сумма их ответов оказалась равна 22. Какое наименьшее число врунишек было?

**Решение:** Сумма ответов тех, кто был честен, не больше 1+ 2 + 3 + 4 + 5 = 15. 22 – 15 = 7 > 5, хотя бы двое солгали.

**Задача 5.** В коробке лежат сто звездочек. Математик и физик по очереди берут звездочки из коробки и украшают ими елку. За один раз можно взять сколько угодно звездочек, лишь бы поместились в руках. Кто возьмет последнюю звездочку, тот выиграл. У математика в руках помещается 20 звездочек, а у физика – до десяти. Может ли математик выиграть у физика?

**Решение:** Покажем, что существует стратегия, следуя которой математик выиграет у физика вне зависимости от того, каким он будет ходить: первым или вторым. Сколько бы физик не взял звездочек, математик всегда может взять столько звездочек, чтобы в сумме получилось 20. Если математик ходит вторым, то после первого хода физика математик оставляет в коробке 80 звездочек, после второго – 60, после третьего – 40, после четвертого – 20. Дальше физик делает свой ход: берет сколько – то звездочек, но все забрать не может. После этого математик забирает все оставшиеся и выигрывает. Если математик ходит первым, то первым своим ходом он забирает 20 звездочек, а дальше, как и в первом случае, дополняет количество звездочек физика до двадцати.

5 класс

2012

**Задача 1.** В числе 1234 цифры переставили так, что каждая из них оказалась не на своем месте. Полученное число сложили с первым. В сумме получилось четное число, все цифры которого различны. Найдите эту сумму.

**Ответ: 4376**

**Решение:** Очевидно, что последняя цифра второго числа равна 2. Посмотрим, где может находится цифра 4 (тогда места для цифр 1 и 3 определяются однозначно ). Если 4 на первом месте, то сумма равна 5546, не подходит. Если на втором, то сумма равна 4646. Если на третьем, сумма равна **4376**, подходит!

**Задача 2.** В парламенте страны Малолюдии 6 депутатов. Сколькими способами они могут выбрать комиссию из трех депутатов, если депутат Кошкин не хочет быть в комиссии вместе с депутатом Собакиным, а депутат Пескарев – с депутатом Щукиным?

**Ответ: 12 способов**.

**Решение:** Назовем четырех перечисленных в условии депутатов *неуживчивыми*, а двух оставшихся – *уживчивыми*. Из трех неуживчивых депутатов комиссию составить нельзя. Двух неуживчивых можно выбрать четырьмя способами (К+П, К+Щ, С+П, С+Щ), а добавить к ним уживчивого – двумя. Таким образом, составить комиссию из двух неуживчивых и одного уживчивого депутата можно 4×2 = 8 способами. Еще 4 комиссии можно составить из двух уживчивых и одного неуживчивого, а всего получается **12 способов**.

**Задача 3.** В ряд стояло 2002 столбика на расстоянии 1 шаг друг от друга. Вначале Витя сделал 2001 шаг, пройдя от первого столбика до последнего, затем, повернув обратно, сделал 2000 шагов, снова повернул и сделал 1999 шагов и так далее. Когда он сделал 1 шаг после поворота, Витя остановился. У какого по счету столбика стоит Витя?

**Ответ: 1002.**

**Решение**: Весь путь Вити состоит из отрезков «вперед» и «обратно». Всего отрезков 2001, из них «вперед» 1001 отрезок. Отрезок «вперед» с номером *k* начинается у столбика с тем же номером. Поэтому последний отрезок «вперед» оканчивается у столбика с номером **1002**.

**Задача 4**. Два кита плыли рядом по прямой со скоростью 6 км/ч. Вдруг один из них поплыл быстрее со скоростью 10 км/ч, затем через некоторое время внезапно развернулся и поплыл назад с этой же скоростью. Их расхождение началось в 9.15, а снова киты встретились 10.00. Когда первый кит повернул обратно?

**Ответ: 9.51**.

**Решение:** Первый кит удалялся от второго со скоростью 4 км/ч, а возвращался к нему со скоростью 16 км/ч, т.е. в 4 раза быстрее. Поэтому он затратил на возвращение пятую часть всего времени, то есть 9 минут. Следовательно, он повернул обратно в 9.51.

**Задача 5.** В 5 А классе обучаются 20 учеников. В первой четверти они по трое дежурили по классу. Могло ли так получиться, что в некоторый момент каждый из учеников отдежурил с каждым ровно по одному разу?

**Ответ: Не могли.**

**Решение:** Предположим, что такое возможно. Рассмотрим любого ученика. В первое свое дежурство он отдежурил с двумя одноклассниками. Во второе – с двумя другими и т. д. После девятого его дежурства останется ровно один одноклассник, с которым он не отдежурил. Полученное противоречие завершает доказательство.

**2017 г.**

**Задача 1.** Можно ли составить квадрат 8 х 8 из 16 тетрамино в виде буквы Т?

**Решение:** Из четырех тетрамино составляем квадрат 4 х 4, а из четырех таких квадратов – большой квадрат 8 х 8.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

**Задача 2.** В симфонический оркестр приняли на работу трёх музыкантов: Брауна, Смита и Вессона, умеющих играть на скрипке, флейте, альте, кларнете, гобое и трубе. Известно, что:

Смит – самый высокий

Играющий на скрипке меньше ростом играющего на флейте

Играющие на скрипке и флейте и Браун любят пиццу

Когда между альтистом и трубачом возникает ссора, Смит мирит их

Браун не умеет играть ни на трубе, ни на гобое

На каких инструментах играет каждый из музыкантов, если каждый владеет двумя инструментами?

**Решение:**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Браун** | **Смит** | **Вессон** |  |
| **+** | **-** | **-** | **альт** |
| **-** | **+** | **-** | **флейта** |
| **-** | **-** | **+** | **скрипка** |
| **+** | **-** | **-** | **кларнет** |
| **-** | **+** | **-** | **гобой** |
| **-** | **-** | **+** | **труба** |

**Задача 3.** У физика Васи есть двое песочных часов: на 5 минут и на 8 минут. Как можно с их помощью физику засечь 7 минут?

**Решение:** одновременно переворачиваем и те и другие часы. Когда в пятиминутных часах песок полностью пересыплется, перевернем их еще раз. Через 3 минуты песок полностью пересыплется в 8 – минутных часах. В этот момент начинаем отмерять 7 минут. Через две минуты песок пересыплется в 5 – минутных часах. Переворачиваем их, и когда он пересыплется там еще раз, пройдет ровно 2 + 5 = 7 минут с того момента, как мы стали засекать время.

**Задача 4.** В двух аудиториях письменную работу по математике писали по 20 пятиклассников. Проверив их работы, Иван Иванович сказал коллегам: «В этих двух аудиториях вместе решивших шестую задачу на пять человек меньше, чем не решивших ее». Докажите, что Иван Иванович ошибся.

**Решение:** Решение: пусть шестую задачу решило четное число человек. Тогда не решило ее на 5 человек больше, то есть нечетное число. Общее число школьников, писавших письменную работу в двух аудиториях, в этом случае нечетно. Но в двух аудиториях было 20 ∙ 2 = 40 человек, т.е.четное число. Получаем противоречие.

**Задача 5.** В обменном пункте совершаются операции двух типов: 1) дай 2 тугрика – получи 3 кубрика и конфету в подарок; 2) дай 5 кубриков – получи 3 тугрика и конфету в подарок. Когда богатенький Буратино пришел в обменный пункт, у него были только кубрики. Когда ушел – кубриков стало меньше, тугрики так и не появились, зато он получил 50 конфет. Во сколько кубриков обошелся Буратино такой подарок?

**Решение:** Буратино получил 50 конфет, он совершил ровно 50 операций. При этом все полученные тугрики он вновь обменял на кубрики. Поэтому на каждые 3 операции первого типа приходилось по 2 операции второго типа. То есть Буратино 30 раз получал по 3 кубрика и 20 раз отдавал по 5 кубриков. Значит, он потратил 20 ∙ 5 – 30 ∙ 3 = 10 кубриков.